

## 2017학년도 재외국민 특별전형 필답시험

# 수 학

< 2016. 7. 16(토) 10:00~11:00 >

감독위원 확 인	
-------------	--

모집단위		전형유형	재외국민
수험번호		성 명	

### ☐ 답안작성 유의사항

가. 답안은 별도로 주어진 OCR 답안지에 작성해야 합니다.

나. 답안작성을 위한 추가 시간은 주어지지 않으며, 시험 시간 내에 완료해야 합니다.

다. 답안은 검정색 컴퓨터용 수성싸인펜을 사용하여 작성합니다.

라. 답안 수정시에는 수정테이프를 사용해야 합니다.

※ 답안을 수정한 경우, 문항번호에 ‘빨간색 플러스펜’으로 서명해야 합니다.

마. 답안지 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 날인을 받아야 합니다.

수 학

<p>1. 주어진 전체집합 <math>U = \{x   0 \leq x \leq 10, x \text{는 정수}\}</math>의 두 개의 부분집합 <math>A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}</math>, <math>B = \{2, 4, 8\}</math>에 대하여 <math>A \cap X = B \cup X</math>를 만족시키는 집합 <math>X</math>의 개수는?</p> <p>① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32</p> <p>2. 모든 항이 양수인 수열 <math>\{a_n\}</math>이 <math>a_{n+1} = 3a_n</math> (<math>n = 1, 2, 3, \dots</math>)을 만족시킨다. 수열 <math>\{a_n\}</math>의 첫째항부터 제 <math>n</math>항까지의 합 <math>S_n</math>에 대하여 <math>S_{10} - S_8 = (a_3)^3</math>일 때, <math>a_3</math>의 값은?</p> <p>① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54</p> <p>3. 1부터 10까지의 자연수들 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱의 총합을 <math>S</math>라 할 때, <math>\frac{2S}{55}</math>의 값은?</p> <p>① 45 ② 48 ③ 76 ④ 96 ⑤ 118</p> <p>4. 자연수의 순서쌍 <math>(m, n)</math>은 다음을 만족한다.  <math display="block">5^{2^m} = n \cdot 2^{2016} + 1</math> 이 때, 가능한 <math>m</math>의 최솟값은?</p> <p>① 2010 ② 2011 ③ 2012 ④ 2013 ⑤ 2014</p>	<p>5. <math>r &gt; 0</math>일 때, <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n+1} + r^n - 1}{r^n + 1} = \frac{1}{2}</math>을 만족시키는 모든 양의 실수 <math>r</math>의 값의 합은?</p> <p>① <math>\frac{1}{2}</math> ② 1 ③ <math>\frac{3}{2}</math> ④ 2 ⑤ <math>\frac{5}{2}</math></p> <p>6. 주머니 속에 흰 공이 두 개, 검은 공이 한 개 들어 있다. 주머니에서 한 개의 공을 꺼냈을 때 그 공이 흰 공이면 그 공을 포함하여 흰 공을 한 개 더 넣고, 그 공이 검은 공이면 그 공을 포함하여 검은 공을 한 개 더 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복한 다음 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 그 공이 흰 공일 확률은?</p> <p>① <math>\frac{1}{3}</math> ② <math>\frac{1}{2}</math> ③ <math>\frac{3}{5}</math> ④ <math>\frac{2}{3}</math> ⑤ <math>\frac{3}{4}</math></p> <p>7. 자연수 <math>n</math>에 대하여 원 <math>x^2 + y^2 = \frac{1}{4^n}</math>에 접하고 기울기가 <math>\sqrt{3}</math>인 직선 중 <math>y</math>절편이 양수인 것을 <math>l_n</math>이라 하고, 직선 <math>l_n</math>과 <math>x</math>축, <math>y</math>축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 <math>S_n</math>이라 할 때, <math>\sum_{n=1}^{\infty} S_n</math>의 값은?</p> <p>① <math>\frac{2\sqrt{3}}{9}</math> ② <math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math> ③ <math>\frac{4\sqrt{3}}{9}</math> ④ <math>\frac{5\sqrt{3}}{9}</math> ⑤ <math>\frac{2\sqrt{3}}{3}</math></p>
---	--

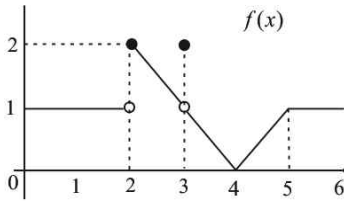
8. 두 함수  $f(x), f(x)g(x)$ 가  $x=1$ 에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 함수  $\{f(x)\}^2$ 은  $x=1$ 에서 연속이다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)\{f(x)-g(x)\}$ 은  $x=1$ 에서 연속이다.  
 ㄷ. 함수  $g(x)$ 는  $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ  
 ② ㄱ, ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9.



그래프가 위의 그림과 같이 주어지는 불연속 함수  $f(x)(0 \leq x \leq 6)$ 에 대하여, 새로운 함수  $g$ 와  $k$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

(단, 위의 극한값이 존재하지 않으면  $g(x) = 0$ 으로 정의한다)

$$k(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+2h) - f(x-h)}{3h}$$

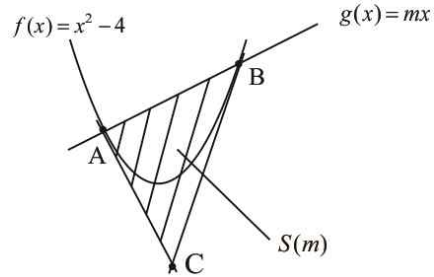
(이 경우도, 극한값이 존재하지 않으면  $k(x) = 0$ 으로 정의함)  
 이 때,  $1 \leq a \leq 5$ 인 자연수 중에서,  $g(a) \neq k(a)$ 인  $a$ 를 모두 곱한 값은?

- ① 6  
 ② 8  
 ③ 12  
 ④ 20  
 ⑤ 60

10. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간  $t$ 에서의 위치는 각각  $t^2 + t, t^3 - 3t^2 + 2at$ 이다.  $t > 0$ 에서 두 점 P, Q는 항상 같은 방향으로 움직이고 각각의 속도는 0이 아닐 때, 정수  $a$ 의 최솟값은?

- ① 2  
 ② 3  
 ③ 4  
 ④ 5  
 ⑤ 6

11. 아래 그림에서와 같이  $f(x) = x^2 - 4$ 와  $g(x) = mx$ 와의 교점을 A, B라 하고, A와 B에서의  $f(x)$ 에 대한 두 접선의 교점을 C라 하자. 그리고  $\triangle ABC$ 의 넓이를  $S(m)$ 이라 하자.



$S(m)$ 이 최소일 때,  $m$ 의 값과  $S(m)$ 의 값을 더하면?

- ① 12  
 ② 16  
 ③ 20  
 ④ 24  
 ⑤ 30

12.  $f(x) = x^2 + 4x + 8$  ( $0 \leq x \leq 2$ )에 대하여, 극한값

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{1}{n^2} \left[ n f\left(\frac{k}{n}\right) \right]$$

(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 작거나 같은 정수 중 가장 큰 수)

- ① 0  
 ②  $\frac{45}{2}$   
 ③  $\frac{80}{3}$   
 ④ 30  
 ⑤ 40

13. 실수 전체에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (x = 0) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{xk}{n}\right) \frac{1}{n} & (x \neq 0) \end{cases}$$

(단,  $f(x)$ 는 다항함수이고  $f'(x) = 3x^2 + 2x + 4$ 이다.)  
 이 때,  $f(2)$ 의 값은?

- ① 15  
 ② 17  
 ③ 19  
 ④ 21  
 ⑤ 23

14.  $f(x) = \begin{cases} 2x, & (0 \leq x \leq \frac{1}{2}) \\ 2-2x, & (\frac{1}{2} \leq x \leq 1) \end{cases}$  로 정의되는 함수

$f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 를 사용하여,  $f_n: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 을 다음과 같이 정의하자.

$f_1(x) = f(x)$ ,  $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$  (단,  $n > 1$ 인 자연수)

이 때,  $\int_0^1 f_4(x)dx + \int_0^1 f_5(x)dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤  $\frac{3}{2}$

15. 1부터  $n$ 까지 번호가 적혀있는 순서대로 놓인 카드를 한테 뒤섞은 뒤, 무작위로 다시 늘어놓는다고 하자. (단,  $n \geq 2$ 인 자연수)



이 때, 단 하나의 카드도 제자리에 있지 않는 가짓수를  $a_n$ , 그렇게 될 확률을  $p_n$ 이라고 하자. 이 때, 아래 <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ.  $a_4 = 9$ ,  $p_4 = \frac{3}{8}$

ㄴ.  $a_{n+1} = n(a_n + a_{n-1})$ ,  $p_{n+1} - p_n = \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}$

ㄷ.  $p_n > \frac{1}{2}$ 인 1보다 큰 자연수  $n$ 이 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16.  $5^4 = 625$ 의 첫째 자릿수는 6이다.

그렇다면  $5^{30} + 6^{20}$ 의 첫째 자릿수는?

(단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ ,  $\log 9.33 = 0.97$ 이다.)

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

17.  $f(x-1) = 1 + x + x^2 + \cdots + x^9$ 에 대하여

$f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \cdots + a_9t^9$

( $a_0, a_1, a_2, \dots, a_9$ 은 상수)일 때,  $a_7$ 의 값은?

- ① 36
- ② 44
- ③ 45
- ④ 54
- ⑤ 55

18.  $S, T$  두 팀이 축구경기를 하고 있다. 관람객 중  $S$ 팀 또는  $T$ 팀 중 어느 한 팀만 응원하는 2000명을 대상으로 조사한 결과, 남자는 1200명이었다. 이들 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 남자였을 때 이 남자가  $S$ 팀을 응원할 확률이  $\frac{2}{5}$ 이고, 이들 2000명 중 임의로 선택한 한 명이

여자였을 때 이 여자가  $T$ 팀을 응원할 확률이  $\frac{4}{5}$ 이었다.

조사한 2000명 중  $S$ 팀을 응원하는 관람객의 수는?

- ① 480
- ② 640
- ③ 960
- ④ 1120
- ⑤ 1280

19. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(6, 2^2)$ 을 따를 때,

$P(X^2 - 14X + 40 \leq 0)$ 의 값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,

$P(0 \leq Z \leq 1) = 0.34$ ,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.48$ 로 계산한다.)

- ① 0.14
- ② 0.41
- ③ 0.68
- ④ 0.82
- ⑤ 0.96

20. 어느 공장에서 생산되는 제품의 길이  $X$ 는 평균이  $m$ 이고, 표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다.

$P(m \leq X \leq a) = 0.3413$ 일 때, 이 공장에서 생산된

제품 중에서 임의 추출한 제품 16개의 길이의 표본평균이

$a - 2$ 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여

구한 것은? (단,  $a$ 는 상수이고, 길이의 단위는  $cm$ 이다.)

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228
- ② 0.0668
- ③ 0.0919
- ④ 0.1359
- ⑤ 0.1587