2018학년도 재외국민 특별전형

감독	

수 학 (자연계)

1. 매개변수로 나타낸 곡선 $x=\ln t,\ y=\sin^2 t-\frac{1}{2}$ 에서 $t=\frac{\pi}{4}$ 일 때, 이 곡선에 접하는 접선의 y 절편은?

① $-\frac{\pi}{4}\ln\frac{\pi}{4}$ ② $-\frac{\pi}{2}\ln\frac{\pi}{4}$

③ $\frac{\pi}{4}\ln\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{2}\ln\frac{\pi}{4}$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 점 (x_1,y_1,z_1) 을 지나고 $\vec{u}=(a,b,c)$ 에 평행한 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{a}=\frac{y-y_1}{b}=\frac{z-z_1}{c}\ (\text{단, } abc\neq 0)$$

② 두 직선 $l_1,\ l_2$의 방향벡터가 $\vec{u_1}=(a_1,b_1,c_1)$, $\vec{u_2}=(a_2,b_2,c_2)$ 일 때,

$$l_1\perp l_2 \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$$

③ 점 (x_1,y_1,z_1) 을 지나고 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}=(a,b,c)$ 에 수직인 평면의 방정식은

$$a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$$

④ 점 (x_1,y_1,z_1) 과 평면 $ax+by+cz=d$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1+by_1+cz_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

3. 자연수 n 에 대하여 $a_n=\sum_{k=1}^{n}\int_0^1 x^{n+k-1}dx$ 이다. $\lim_{n\to\infty}a_n$ 의 값은?

① 1 ② $\ln 2$

③ 2 ④ $2\ln 2$

4. 중심이 $D(1,2,3)$ 이고 반지름이 1인 구 S 위의 점 P와 세 점 $A(1,0,0),\ B(0,1,0),\ C(0,0,1)$ 로 만들어지는 사면체 $PABC$의 부피의 최솟값은?

① $\frac{5-\sqrt{3}}{12}$ ② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{5-\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{5}{6}$

5. 함수 $f(x)=\ln\left(\frac{12}{x+1}\right)$ 의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 곡선 $y=g(x),\ y=e^x$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $6-\ln 3$ ② $6+\ln 3$

③ $9-\ln 3$ ④ $9+\ln 3$

고려대학교 KOREA UNIVERSITY

6. 다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 [보기]에 대한 설명으로 옳은 것은?

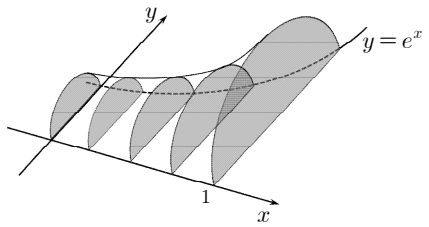
[보기]

(가) $f(0)=-1$, $f(1)=1$이고 구간 $[0,1]$의 모든 x에 대해 $f'(x)\geq 0$이면, $\int_0^1 f(x)\,dx \geq 0$이다.

(나) $f(0)=f(1)=0$이고 구간 $[0,1]$의 모든 x에 대해 $f''(x)\leq 0$이면, 구간 $[0,1]$에서의 f의 최댓값은 적분값 $\int_0^1 2f(x)\,dx$보다 작거나 같다.

① (가)와 (나) 모두 틀리다.
② (가)만 맞다.
③ (나)만 맞다.
④ (가)와 (나) 모두 맞다.

7. 곡선 $y=e^x$와 x축, y축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 그림과 같이 반원일 때, 이 입체도형의 부피는?



① $\frac{\pi}{8}(e-1)$ ② $\frac{\pi}{16}(e-1)$
③ $\frac{\pi}{8}(e^2-1)$ ④ $\frac{\pi}{16}(e^2-1)$

8. $(x+a)^{10}(x+1)$의 전개식에서 x^9의 계수가 최소가 되게 하는 실수 a의 값은?

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{9}$
③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$

9. 한 면에 1, 두 면에 2, 나머지 세 면에 3이 적힌 정육면체 주사위를 두 번 던져 나오는 수를 각각 a,b라 하자. 함수 $f(x)=(x^2+x)^a\left(x+\frac{1}{x}\right)^b$가 다항식이 되는 a,b가 나올 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{11}{36}$
③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{25}{36}$

10. 확률변수 X가 정규분포 $N(m,\sigma^2)$을 따르고 $P(X\leq 2m+\sigma)=0.9772$일 때, $P(2X\leq m)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?
(단, $\sigma>0$이다.)

z	$P(0\leq Z\leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1587 ② 0.1915
③ 0.3085 ④ 0.3413

고려대학교 KOREA UNIVERSITY

단답형

11. 두 함수 $f(x)=a\ln(x+1)+b$ $(x>-1)$와 $g(x)=3^x+5$가 $x=0$에서 공통인 접선을 갖도록 하는 두 실수 a, b에 대하여, e^a+b의 값을 구하시오.

12. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=\dfrac{2x}{n^2+x^2}$의 극댓값을 a_n, 극솟값을 b_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} n\sin(a_n-b_n)$의 값을 구하시오.

13. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) $\lim_{x\to-1}\dfrac{f(x)}{x+1}=6$

(나) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}=-1$

이때, 부등식 $f(x)>0$와 $\log_2 f(x)\geq\log_2 x+1$이 성립하도록 하는 모든 자연수 x의 합을 구하시오.

14. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(-1)=f(1)=0$

(나) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\dfrac{2k}{n}-1\right)\dfrac{1}{n}=-1$

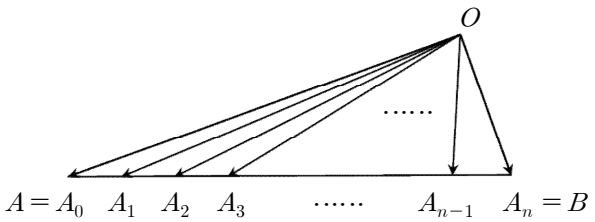
이때, $\int_{-1}^{1} xf'(x)\,dx$의 값을 구하시오.

15. 반지름이 5인 구 S_1과 반지름이 $3\sqrt{2}$인 구 S_2가 만나서 생기는 원이 xy평면 위에 있다. 구 S_1의 중심이 $C(2,3,4)$일 때, 구 S_2의 중심의 z좌표의 절댓값을 구하시오.

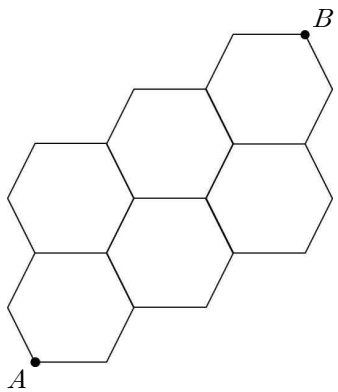
고려대학교 KOREA UNIVERSITY

16. 삼각형 OAB에서 $\overline{OA}=4\sqrt{2}$, $\overline{OB}=2$이고 $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$이다. 선분 AB를 그림과 같이 n등분한 후에, 양 끝점을 포함하여 각 분점을 차례대로 $A=A_0$, A_1, A_2, $\cdots$, A_{n-1}, $A_n=B$이라고 할 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{\left|\sum_{k=0}^{n}\overrightarrow{OA_k}\right|}{n}$의 값을 구하시오.



17. 어느 도시의 도로망이 아래 그림과 같다. 여섯 개의 정육각형은 동일한 크기이다. 이 도로망을 따라 A에서 B까지 가는 최단 경로의 경우의 수를 구하시오.



18. 두 벡터 $\vec{a}=(x,y)$, $\vec{b}=(x+4,y-2)$가 $\vec{a}\cdot\vec{b}\le -1$을 만족할 때, $|\vec{a}|$의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오.

19. 주사위 두 개를 던져 나오는 눈의 수를 각각 a,b라 할 때, 원 $(x-3)^2+(y-a)^2=2$와 직선 $y=x+b$가 서로 다른 두 개의 교점을 가지는 순서쌍 (a,b)의 개수를 구하시오.

20. 확률변수 X는 $0,2,4,\cdots,16$의 값을 취하고, X의 확률질량함수는 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(X=2k)={}_8\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{4}\right)^k\left(\frac{3}{4}\right)^{8-k}\quad (\text{단, } k=0,1,2,\cdots,8)$$

이때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값을 구하시오.